数理科学II 2007年度 夏学期 期末試験問題

理科I類 水曜2限 (松本久義)

試験時間90分，持ち込み不可，問題用紙1枚，答案用紙(両面)3枚，計算用紙1枚

答えだけの解答は認めない

第1問 (20点)　以下の方程式 (a), (b) それぞれの一般解を求めよ。

(a)
$$\frac{dy}{dt} = t^2(1-y^2),$$

(b)
$$t\frac{dy}{dt} + y + t^2y^2 = 0 \ (t > 0).$$

第2問 (20点)　次の方程式を解き、一般解を x と y の微分を含まない関係式の形で与えよ。(それを y について解く必要はない。) さらに、その xy-平面におけるグラフが座標 $(0,2)$ で与えられる点を通るような特殊解のグラフの概型を描け。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x+y+1}{x+y+3}$$

第3問 (20点)　次のクローレー型方程式の一般解及びそれらの包絡線になっている解を求めよ。

$$y = x\frac{dy}{dx} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2.$$

第4問 (20点)　以下の方程式 (c), (d) の実数値関数の範囲での一般解を求めよ。

(c)
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = 1 + e^{-t},$$

(d)
$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sin x + \sin(3x).$$

第5問 (20点)　$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 | |x| < 1, |y| < 1\}$ とおく。D 上定義された実数値連続関数 $f(x,y)$ であって、初期値問題

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y),$$

$$y(0) = 0.$$

の解が存在はするが一意ではないようなものの具体例を一つ挙げよ。またその場合の、相異なる二つの初期値問題の解も具体的に与えよ。