試験科目	試験該当クラス	担当教員	試験日時	試験時間
数理科学 I	理	細野	7 月 24 日 2 限	90 分
学年:　2 年	解答用紙は両面 1 枚，計算用紙 1 枚		本，ノート持ち込み不可	

問題 1． a を定数として，平面曲線に関する線積分

$$I_C = \int_C \left\{(3x^2 + axy + 4y^3)dx + (x^2 + 3a^2xy^2)dy\right\}$$

を考える．I_C について次の問い答えよ．

(1) 曲線 C を 3 点を通る折れ線 $C : (0,0) \to (1,0) \to (1,1)$ とするとき，線積分 I_C の値を求めよ．

(2) (1) と同様に，C を 2 点を通る線分 $C : (0,0) \to (1,1)$ とするときの線積分 I_C を求めよ．

(3) C を点 $(0,0)$ を始点とし $(1,1)$ を終点とする任意の曲線とするとき，線積分 I_C の値が曲線 S の取り方によらないで定まるような a の値を求めよ．

問題 2． R, r を定数 $(R > r > 0)$ とするとき，次の式で表される空間曲面 S について以下の問に答えよ．

$$\boldsymbol{x}(\theta,\varphi) = ((R + r\cos\varphi)\cos\theta, (R + r\cos\varphi)\sin\theta, r\sin\varphi) \quad (0 \le \theta, \varphi \le 2\pi)$$

(1) 曲面 S の概形を描け．

(2) S の面積 $A(S)$ を求めよ．

(3) 面積分:　$I = \int\int_S \left(z dx \wedge dy + yz^3 dy \wedge dz\right)$ の値を求めよ．

問題 3． $\varphi(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y^2 - 3$ とする．条件 $\varphi(x,y) = 0$ の下で，関数 $f(x,y) = xy$ の最大値，最小値の存在について調べ，それらが存在する場合はその値を求めよ。

問題 4．（C^1 級の）空間曲面 $S : \boldsymbol{x}(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$ $((u,v) \in D)$ について，以下の問に答えよ．

(1) 空間曲面 S の定義を与えよ．

(2) S は‘ 自分自身と交わることがない ’; すなわち $(a,b) \ne (a',b')$ ならば $\boldsymbol{x}(a,b) \ne \boldsymbol{x}(a',b')$ を満たすものとする．このとき，空間曲面 S をパラメータ $(s,t) \in \tilde{D}$ を用いて $\tilde{\boldsymbol{x}}(s,t)$ と表したとするならば，パラメータの間の関係

$$u = u(s,t) \quad , \quad v = v(s,t)$$

は $\tilde{D}$ 上で C^1 級であることを示せ．