

受験番号 _____

東京大学大学院工学系研究科環境海洋工学専攻
平成 17 年度大学院修士課程

「専門科目」

入学試験問題および解答用紙

平成 16 年 8 月 30 日（月） 13:00～15:30

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題および解答用紙冊子は 23 ページです。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所を見出した場合には黙って挙手し、試験監督者に意思表示をください。
3. このページの最上部の欄に受験番号のみ記入ください。ここ以外の箇所に受験番号、氏名を書いてはいけません。
4. 問題は全部で 20 問あります。このうち任意の 15 問を選んで解答ください。16 問以上を解答してはいけません。選択した問題番号を、下の選択問題番号欄に記入ください。
5. それぞれの問題の下に解答の道筋を書き、四角の中に答を記入ください。
6. 計算用紙は別に配布します。

選択問題番号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

第 1 問

$f(x) = 6x^2 - 2x + \int_0^2 f(x)dx$ が成立するような関数 $f(x)$ を求めよ。



第 2 問

以下の微分方程式を解け。

$$y'' + 4y' + 3y = e^{3x}$$



第 3 問

漸化式 $a_1 = 1, a_{i+1} = 2a_i + 1$ ($i = 1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列の一般項 a_n を求めよ。



第 4 問

ビンゴゲームを考える。一枚のカードには 5×5 の計 25 個のマス目があり、最初から開いている真ん中のマス目を抜いた 24 箇所に 1 から 90 の数字が重複することなく割り当てられている。司会者が 1 から 90 までの数字をひとつずつ無作為に選んで読み上げていくときに、もっとも遅くビンゴが完成する（縦、横、斜めのいずれか一行の数字がすべて読み上げられる）のは、いくつ目の数字が読み上げられたときか。また、このような事象が起きる確率を求めよ。ただし階乗記号を用いて答えてよい。

1	89	76	57	19
16	65	43	83	5
78	2	free	6	26
53	54	56	38	71
22	87	34	81	45



第 5 問

行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}$ とベクトル $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ の掛け算 \mathbf{Ab} を求めよ。また、この掛け算を無限に繰り返した時、すなわち $\mathbf{A}^n \mathbf{b}$ ($n \rightarrow \infty$)、におけるベクトルの収束値を求めよ。



第 6 問

N 個の区画に無作為に k 個の種をまくとき、2 個以上まかれる区画がない確率を求めよ。
ただし、 $N > k$ とする。



第 7 問

2 行 2 列の行列 A を $A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ としたとき、 $A^2 = AA = A$ を満たす、 α と β を求めなさい。



第 8 問

$S_n = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \cdots \int_0^1 (x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2) dx_n$ を求めなさい。



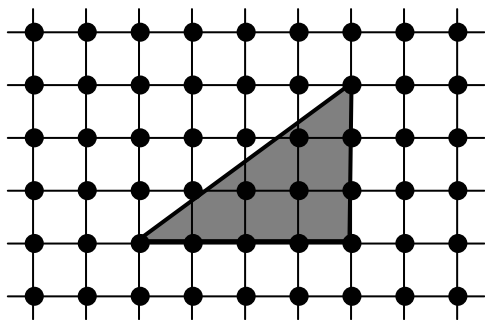
第 9 問

$y = x^x$ の極値を求めよ。また、極小値か極大値かを答えよ。



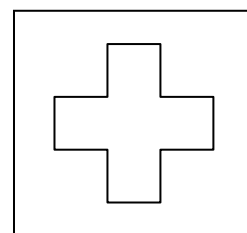
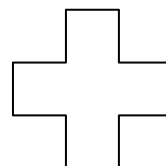
第 10 問

下図のように等間隔で規則的に並んでいる格子上に頂点が存在する多角形を考える。このような多角形の面積 S は、多角形の周上にある格子点数 a （下図の場合は 8）と多角形の内部にある格子点数 b （下図の場合は 3）とを用いて表すことができる。この関係式を求めよ。



第 11 問

右図のような対称な十字形を分割し、その断片をつなぎ合わせて正方形を作る。どのように分割を行えばよいか、解答欄に点線で書き込め。



第 12 問

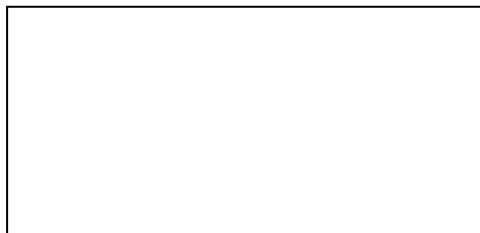
$x^2 + y^2 + z^2 = 2$ のとき、以下の式の最大値を求めなさい。

$$3x + 4y + 5z$$



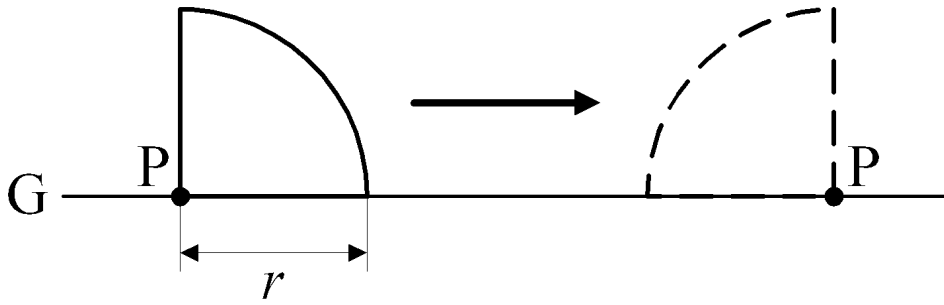
第 13 問

正 N 角形において一つの内角の大きさの平方根の M 倍（ M は整数）が外角の大きさに等しくなるという。 M 、 N の値を求めよ。



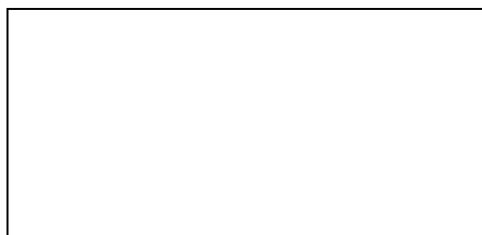
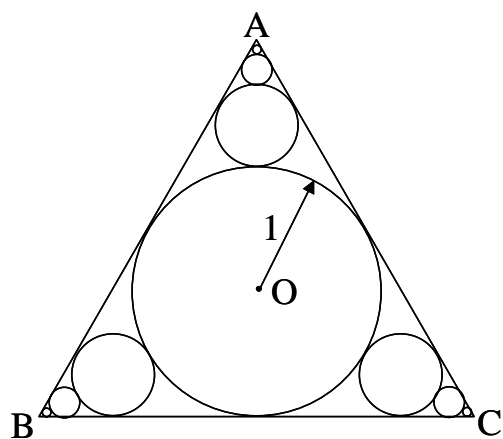
第 14 問

中心角が 90° で半径 r の扇形が直線 G 上をすべることなく下図の点線の位置まで回転するとき、扇形の中心 P が描く軌跡と直線 G で囲まれる面積を求めよ.



第 15 問

図のように、半径 1 の円 O が正三角形 ABC に内接している。次々に小さな円を無数に三角形の頂点に向かって内接させてゆくと、全ての円の円周の長さの和はいくらになるか。



第 16 問

袋の中に 1 から 12 までの数字が一つずつ書かれた 12 枚のカードが入っている。A、B、C の 3 人が袋の中のカードをそれぞれ 3 枚ずつ、計 9 枚取り出した。このとき、B が引いた 3 枚目のカードは、A の 3 枚目のカードよりも 4 大きく、C の 3 枚目のカードよりも 2 小さい数字であった。

下の表は、3 人がそれぞれ取り出したカードの一部を記入したものである。B が引いた 3 枚のカードに書かれた数字をすべて答えよ。

	1 枚 目	2 枚 目	3 枚 目	合計
A	5			19
B				21
C		8		21

第 17 問

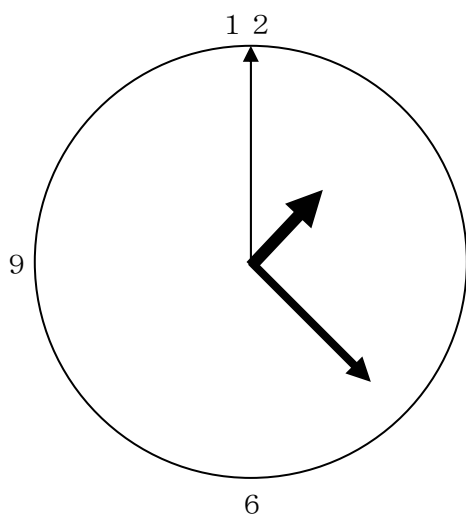
A、B、C、Dの4人がゲームを始める前に順位を予想したところ、下の表のようになった。ゲーム終了後、予想と実際の結果を比べると、AとBの予想は2つ当たり、CとDの予想は1つしか当たらなかった。実際の順位を解答せよ。

	Aの予想	Bの予想	Cの予想	Dの予想
1 位	B	D	C	B
2 位	C	B	A	C
3 位	A	A	D	D
4 位	D	C	B	A

--

第 18 問

図のように時針、分針、秒針がなめらかに動く時計において、3つの針が完全に一致するのは一日に何回か？



第 19 問

次の A～C のことが分かっているものとする。

- A. スポーツが好きな人は体力がある。
- B. 太っている人は体力がない。
- C. 明朗な人はスポーツが好きである。

このとき、次の 1～5 のうち正しいものをすべて選べ。

- 1. スポーツが好きな人は太っていない。
- 2. 明朗でない人は体力がない。
- 3. 太っている人はスポーツが好きではない。
- 4. 明朗な人は体力がある。
- 5. 太っていない人はスポーツが好きである。



第 20 問

図の数字はある規則で並んでいる。A に入る数字を答えよ。

