

受験番号 _____

東京大学大学院工学系研究科環境海洋工学専攻
平成 16 年度大学院修士課程

「専門科目」
入学試験問題および解答用紙

平成 15 年 9 月 1 日 (月) 13 : 00 ~ 15 : 30

注意事項

- 1 . 試験開始の合図があるまで , この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 . この問題および解答用紙冊子は 23 ページです。落丁 , 乱丁 , 印刷不鮮明の箇所を見いだした場合には黙って挙手をし , 試験監督者に意思表示をしない。
- 3 . このページの最上部の欄に受験番号のみを記入しなさい。ここ以外の箇所に受験番号 , 氏名を書いてはいけません。
- 4 . 問題は全部で 20 問あります。このうち任意の 15 問を選んで解答しなさい。16 問以上を解答してはいけません。選択した問題番号を , 下の選択問題番号欄に記入しなさい。
- 5 . それぞれの問題の下に解答の道すじを書き , 四角の中に答を記入しなさい。
- 6 . 計算用紙は別に配布します。

選択問題番号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ に対して,

- (1) 固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) A^n を求めよ。



第 2 問

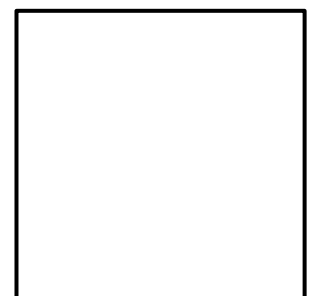
2 次方程式 $x^2 + x + 1 = 0$ の 2 つの解を, a , b とする。

- (1) $a^3 + b^3$ を求めよ。
- (2) $|a^3 - b^3|$ を求めよ。



第 3 問

代数方程式 $x^5 - 1 = 0$ のすべての解を求めよ。



第4問

$z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ のとき (i は虚数単位) z^{10} を求めよ。

第5問

$\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) + \cdots + \cos(nx) = \frac{\sin\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)x\right] - \sin\left(\frac{x}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$ を証明せよ。

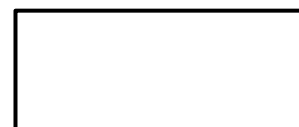
第 6 問

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \frac{x-2y+2}{2x-4y-1}$ の一般解を求めよ。



第 7 問

定積分 $\int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}$ の値を計算せよ。



第 8 問

$I(x) = \int_x^{x^3} \frac{\cos xt}{t} dt$ の x による微分 $I'(x)$ を求めよ。

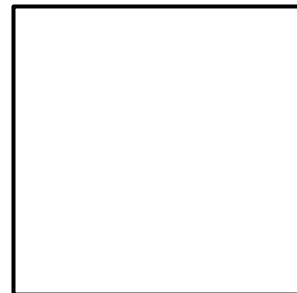


第 9 問

以下の問いに答えよ。

(1) $-p \leq x < p$ において $f(x) = x^2$ に対する Fourier 級数を求めよ。

(2) これより $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ を求めよ。



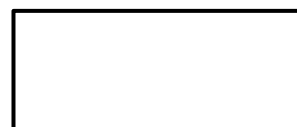
第 10 問

$w = \frac{1}{z}$ で表される, 複素平面 $z = x + iy$ から, 複素平面 $w = u + iv$ への写像を考える。 z 平面上の直線 $x = a (a > 0)$ の w 平面上の写像を求めよ。



第 11 問

$(x + y + z)^6$ における $x^2 y z^3$ の係数を求めよ。



第 1 2 問

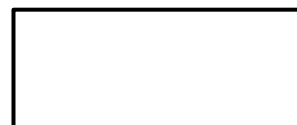
3つの一桁の数 a, b, c ($c > a > b$) がある。 $c = 2 \times b + 1$, $a = 2 \times b - 1$ のとき以下の問いに答えよ。

- (1) $a \times c$ は偶数か、奇数か。
- (2) $a + b + c$ の最大値を求めよ。
- (3) $a \times b \times c$ が奇数となる (a, b, c) を求めよ。



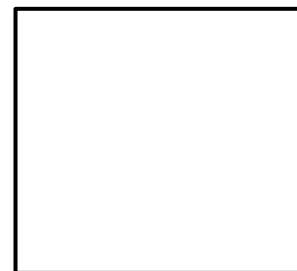
第 1 3 問

整数 $0, 1, 2, \dots, 9999$ の中で, 少なくとも一つの桁が数字 2 である数はいくつあるか。



第 1 4 問

箱の中に赤い玉が 3 個, 白い玉が 7 個入っている。箱の中から, 1 つ玉を取り出してまた戻すという試行を 10 回行ったとき, 赤い玉が出る回数を X とする。 X の期待値と分散を求めよ。



第 1 5 問

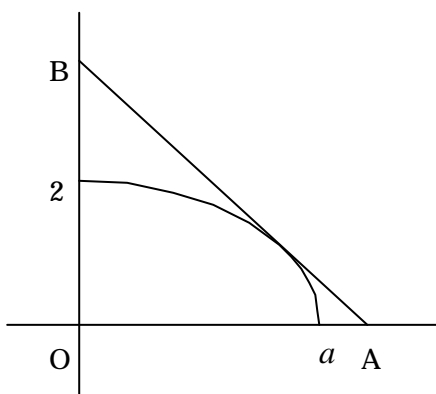
放物線 $y = ax^2$ の直交する 2 接線の交点の軌跡を求めよ。

第 1 6 問

直交座標系に 3 点 A (0,3,1) , B (2,5,2) , C (5,9,3)を通る平面がある。点 P (1,2,3)と平面間の距離を求めよ。

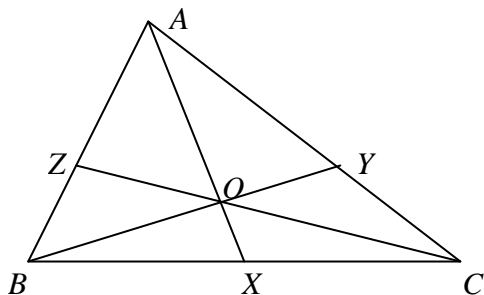
第 1 7 問

図において線分 AB は楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ の接線である。但し、a は正の定数である。
三角形 OAB の面積の最小値を求めよ。



第 1 8 問

$\triangle ABC$ の面積を S とする。 $\overline{BX} : \overline{XC} = 1:1$, $\overline{CY} : \overline{YA} = 2:3$ のとき , $\triangle OAZ$ を S で表せ。



第 1 9 問

下のマス目に書かれている数字はある法則に従って並んでいる。空いているマス目の数字を求めよ。

1	3	10	50	
1	2	4	10	23
1	1	2	2	3
0	1	1	0	3
0	1	0	0	3

第 2 0 問

次の虫食い算の A に入る数字を求めよ。

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 \overline{) A13} \\
 \underline{181} \\
 7 \\
 \underline{3} \\
 3 \\
 \underline{3} \\
 0
 \end{array}$$